

# Le soleil a rendez-vous avec la lune...

*Cinquièmes Journées sur la correction de la saisonnalité, 20-21 mars 2014*

---

Fabien Guggemos

Département de l'Emploi et des Revenus d'Activité



# Plan (calendrier ?) de la présentation

---

## 1. Modéliser les effets de calendriers...

... les CJO, mais aussi d'autres effets plus exotiques...

Comment isoler ces effets « purs » calendriers des effets saisonniers

## 2. Les types de régresseurs...

... à désaisonnaliser : du nombre de JO à la modélisation de l'impact des fêtes religieuses.

Des Algos pour traiter les fêtes mobiles et calculer les régresseurs exacts (Guggemos, Ladiray)

## 3. Bref, une histoire de calendriers, quand le soleil a RV avec la lune

... ou comment une histoire de CJO conduit à expliquer pourquoi Henri III a régné dix jours de moins que ce qu'on pourrait imaginer !

I

## Modéliser les effets de calendriers...

... les CJO, mais aussi d'autres effets plus exotiques...  
Comment isoler ces effets « purs » calendriers des effets  
saisonniers

# Partie I / La problématique des effets de calendrier

---

Effets de calendriers présents dans de nombreuses séries économiques

Impact à mesurer puis traiter pour ne pas distordre le diagnostic économique

Concerne des séries mensuelles / trimestrielles...

- **statiques** : Séries de stocks (en fin de mois, de trimestre)
- mais surtout **dynamiques** : Séries de flux (somme sur le mois/le trimestre de la grandeur considérée)

# Partie I / La problématique des effets de calendrier

---

## Effets de calendriers de différentes natures :

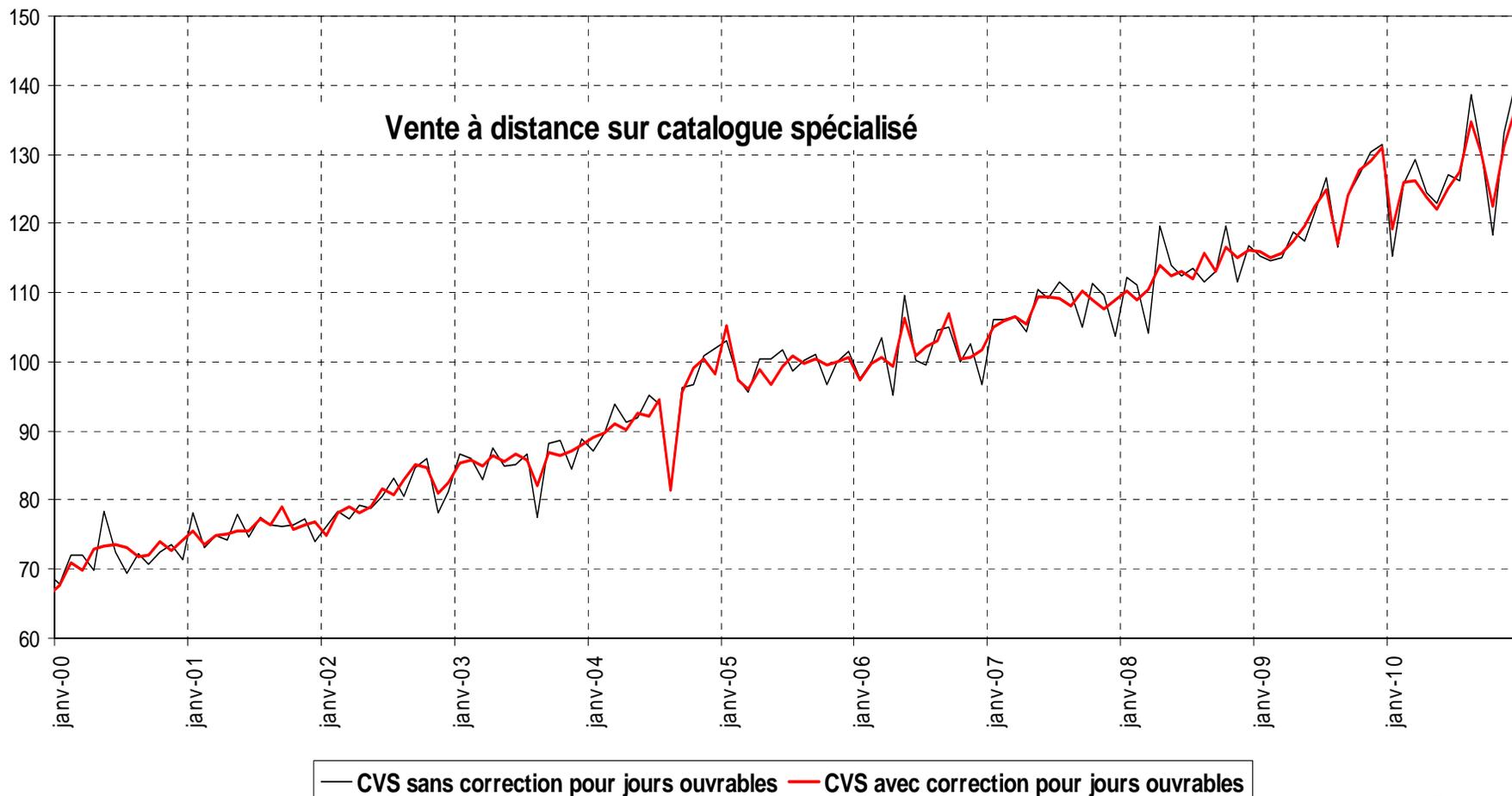
- ✓ La position des semaines dans le mois / trimestre :
  - les jours ouvrables : leur nombre fluctue d'un mois/trim sur l'autre, mais aussi d'une année sur l'autre pour un même mois/trim.
  - les différents jours de la semaine : par ex, impact de la fluctuation du nb de lundis ou de samedis sur certains secteurs éco. (commerce de détail...)
  
- ✓ La position des jours fériés, fêtes religieuses, parfois mobiles dans le calendrier...

Et dont l'impact peut être

  - ponctuel (lundi de Pâques = 1 lundi férié dans le mois)
  - ou diffus dans le temps (influence graduelle de Pâques sur l'activité éco du commerce de détail dans les jours qui précèdent)

# Partie I / La problématique des effets de calendrier

## Série de la vente à distance sur catalogue spécialisé



# Partie I / La problématique des effets de calendrier

---

Effets de calendriers différents / stat. significatifs  
selon la nature des séries temporelles considérées...

Qu'il faut donc détecter puis traiter

→ Modèles REG-Arima dans X12 / X13,  
Tramo-Seats

Certains effets de calendriers éliminés par la CVS (« taille »  
moyenne des mois, trimestres...)

*Dans la suite, on considérera des séries mensuelles  
Le propos s'adapte aisément dans le cas trimestriel*

## Modélisation de Bell & Hillmer (1983)

$$Y_m = \sum_{i=1}^7 \xi_i \cdot X_{i,m} + N_m$$

$Y_m$  : variable d'intérêt analysée lors du mois  $m$

$X_{i,m}$  : nb lundis ( $i = 1$ ), ..., nb de dimanches ( $i=7$ ) lors du mois  $m$

$N_m$  : Bruit, en général modélisé par un ARIMA

Estimation des effets  $\zeta_i$  en prenant en compte la structure de corrélation du bruit via une REG-ARIMA

# Partie I / À une modélisation avec d'autres régresseurs

---

## Une modélisation avec d'autres types de régresseurs $Z_{i,m}$

- Distinction, pour chaque jour de la semaine, entre jour ouvrable / non-ouvrable  
(→ 14 régresseurs, lundi in / lundi off, mardi in, mardi off, etc.)
- Regroupements de certains jours dans le même régresseur (Attal-Toubert, JCS 2011)  
(ex : Un régresseur « *Lundi à Vendredi* », Un régresseur « *Samedi et dimanche* » = Modèle de jours ouvrables le plus classique  
D'autres regroupements plus pertinents dans certains secteurs éco. )
- Présence dans le mois d'un jour férié ou fête mobile
- Régresseur modélisant la diffusion de l'impact d'une fête (fixe ou mobile)
- Autres...

# Partie I / Mesurer les purs effets de calendriers, i.e. hors effets saisonniers

Comment mesurer les effets de calendrier « purs », i.e. hors effets saisonniers ?

$$Y_m = \zeta + \sum_i \zeta_i \cdot Z_{i,m}^* + N_m$$

→ Modèle estimé sur la série  $Y_m$ ,

Avec des régresseurs désaisonnalisés  $Z_{i,m}^*$  qu'il reste à construire... puis CVS sur la série « *linéarisée* »

Décomposition du régresseur non désaisonnalisé en une composante saisonnière et une composante non saisonnière :

$$Z_{i,m}^n = (Z_{i,m} - \bar{Z}_{i,M}) + \bar{\bar{Z}}_i \text{ and } Z_{i,m}^s = (\bar{Z}_{i,M} - \bar{\bar{Z}}_i)$$

Où  $\bar{Z}_{i,M}$  : moyenne de long-terme du régresseur  $Z_{i,m}$  du m-ième mois de l'année  
 $\bar{\bar{Z}}_i$  : moyenne de long-terme du régresseur  $Z_{i,m}$ , tous mois confondus

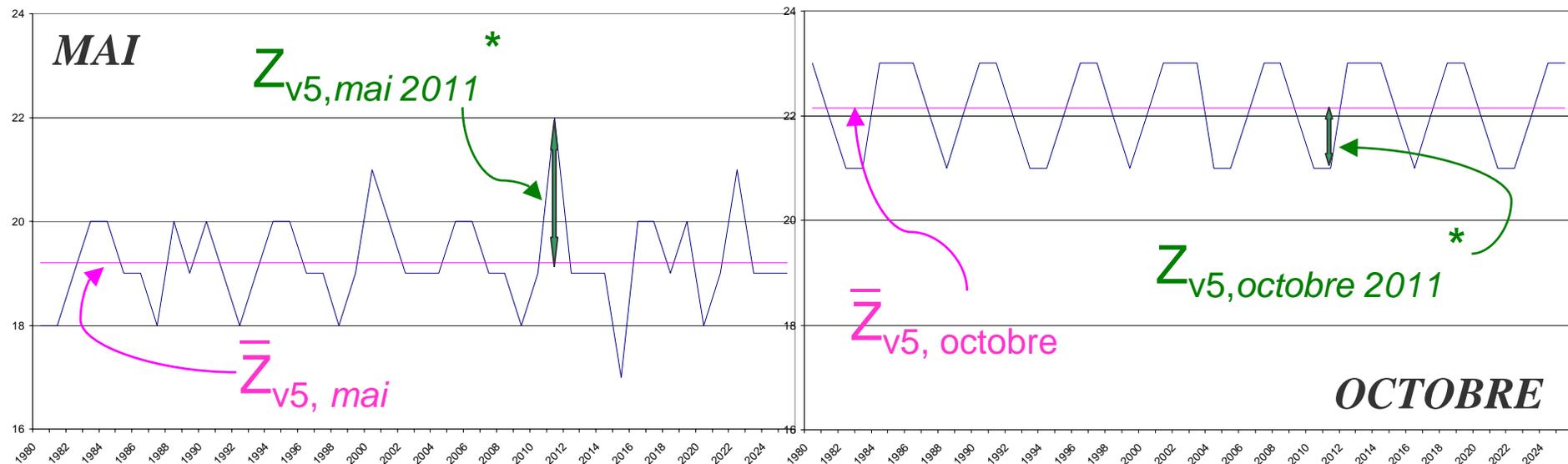
# Partie I / Le régresseur désaisonnalisé

→ Régresseur désaisonnalisé :  $Z_{i,m}^* = Z_{i,m}^n - \bar{Z}_i = Z_{i,m} - \bar{Z}_{i,M}$   
C'est le régresseur  $Z_{i,m}$  auquel il faut retrancher la moyenne de long-terme relative au mois  $m$ .

*Un exemple illustratif sur le nombre de jours ouvrables « v5 »  
(ouvrable « v5 » = lundis, mardis, mercredis, jeudis, vendredis non fériés)*

Working days (5) & Long term average // May France

Working days & Long term average // October France

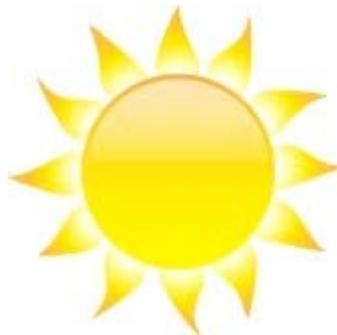


# Petit Intermède Solaire

---

## Petit Intermède Solaire

*Le calendrier Grégorien*



# Intermède Solaire / Le calendrier Grégorien

---

« *Le soleil a rendez-vous avec la lune  
Mais la lune n'est pas là et le soleil l'attend* »

Année tropique (intervalle de temps pour que le soleil retourne à la même position dans le cycle des saisons): oscille autour de 365,24219 jours

→ Calendrier Julien : Année bissextile (366 jours) les années multiples de 4.

Année moyenne = 365,25 jours.      Période = 4 ans

Décalage d'un jour par rapport au rythme solaire tous les  $(0.25-0.24219)^{-1} =$  environ 128 ans

Décalage progressif des saisons et des fêtes dans l'année

# Intermède Solaire / Le calendrier Grégorien

## Calendrier Grégorien (Grégoire XIII) / 1582



Années bissextiles : *années multiples de 4, sauf les années multiples de 100 non multiples de 400*

Année moyenne =

$$365 + \frac{1}{4} - \frac{1}{100} + \frac{1}{400} = 365,2425 \text{ j.}$$

Période = 400 ans = 146 097 jours

Décalage d'un jour par rapport au rythme solaire tous les  $(0.2425 - 0.24219)^{-1} =$  environ 3226 ans

# Intermède Solaire / Le calendrier Grégorien

Rattraper le décalage lors du passage du cal. Julien au cal. grégorien : méthodes et époques diverses selon les pays.

- En France, en 1582, on passe du 9 décembre au 20 décembre (règne d'Henri III)!



- En Suède...  
plus tard et plus  
progressif,  
entre 1700 et 1753

et voilà le  
résultat !

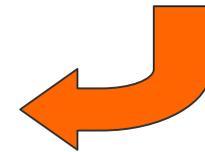


Image extraite du site de Claus Tondering

<http://www.tondering.dk/main/index.php>

## II

### Les types de régresseurs...

*... à désaisonnaliser : du nombre de JO à la modélisation de l'impact des fêtes religieuses.*

*Des Algos pour traiter les fêtes mobiles et calculer les régresseurs exacts (Guggemos, Ladiray)*

## Partie II / Comment calculer les régresseurs désaisonnalisés

---

Le choix du type de régresseurs dépend de ce qu'on veut mesurer et du caractère significatif ou non des impacts mesurés (cf Attal-Toubert, JCS 2011)

Pour calculer le régresseur exact (désaisonnalisé), il faut être capable de calculer ses moyennes mensuelles de long terme :

$$\bar{Z}_{i,M} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Z_{i,M+12j}, \quad M = 1, \dots, 12$$

En pratique, le régresseur est toujours périodique car les calendriers utilisés et les fêtes considérées le sont.

$$\bar{Z}_{i,M} = \frac{1}{T_1} \sum_{j=\bullet}^{\bullet+T_1-1} Z_{i,M+12j}$$

Les moyennes mensuelles de long-terme sont les moyennes mensuelles sur une période (de  $T_1$  années) du régresseur

## Partie II / Calcul des régresseurs désaisonnalisés

→ Comment calculer les moyennes mensuelles de long-terme

---

Déterminer la valeur de  $Z_{i,m}$  pour les mois de la série analysée, on peut s'en sortir « à la main »

*(ex : récupérer les dates de Pâques sur la période couverte par la série, si l'on s'intéresse à un secteur économique sur lequel Pâques peut avoir un impact).*

Mais déterminer les moyennes mensuelles de long-terme pour désaisonnaliser le régresseur... un peu plus compliqué !

*La période  $T_1$  du régresseur est souvent très élevée... (des millions d'années). Besoin d'Algorithme ...*

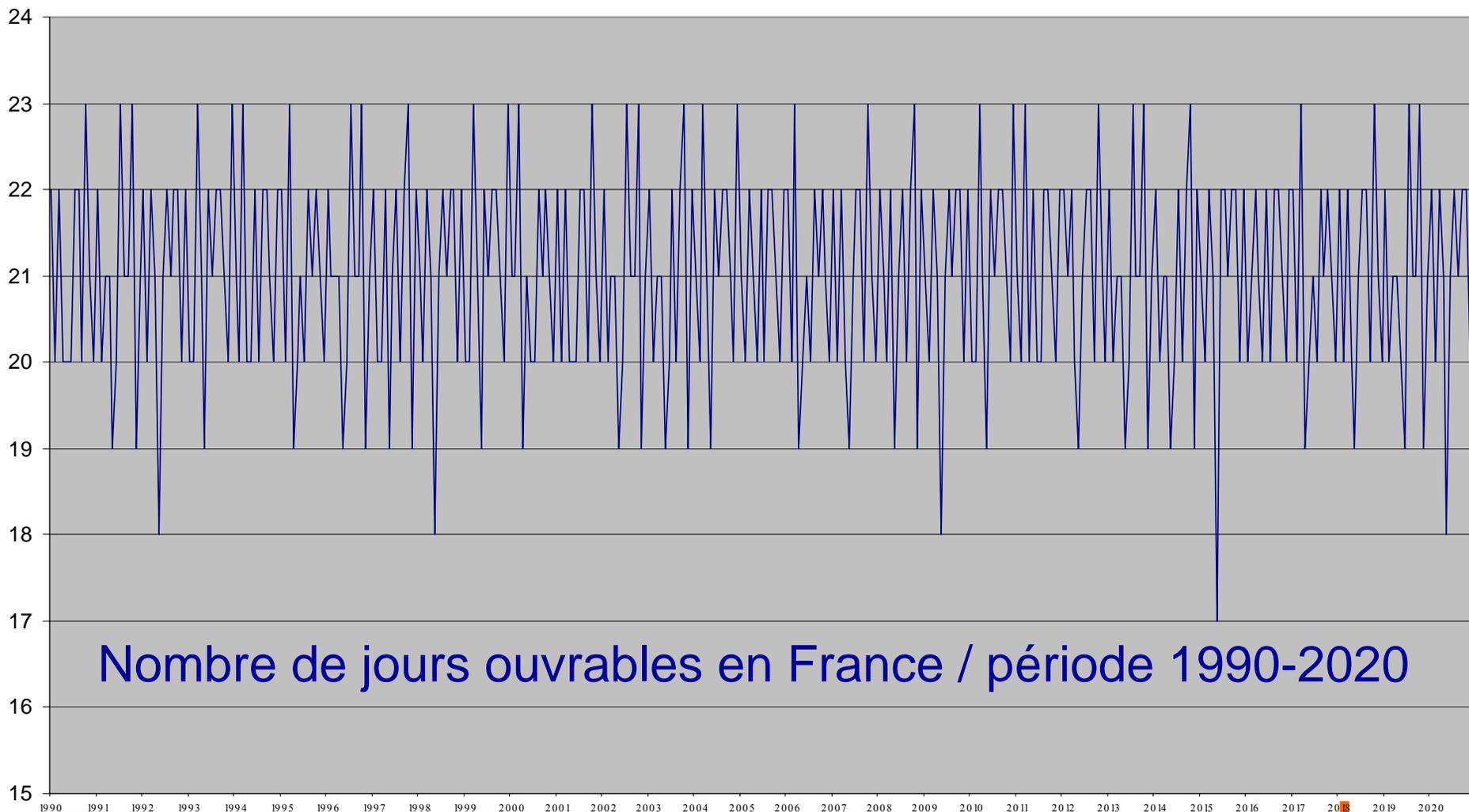
→ ... pour calculer  $Z_{i,m}$

*(ex : algos usuels de calcul de la date de Pâques, du nombre de lundis dans le mois...)*

→ ... pour simplifier le calcul des moyennes de long-terme en profitant des propriétés du calendrier

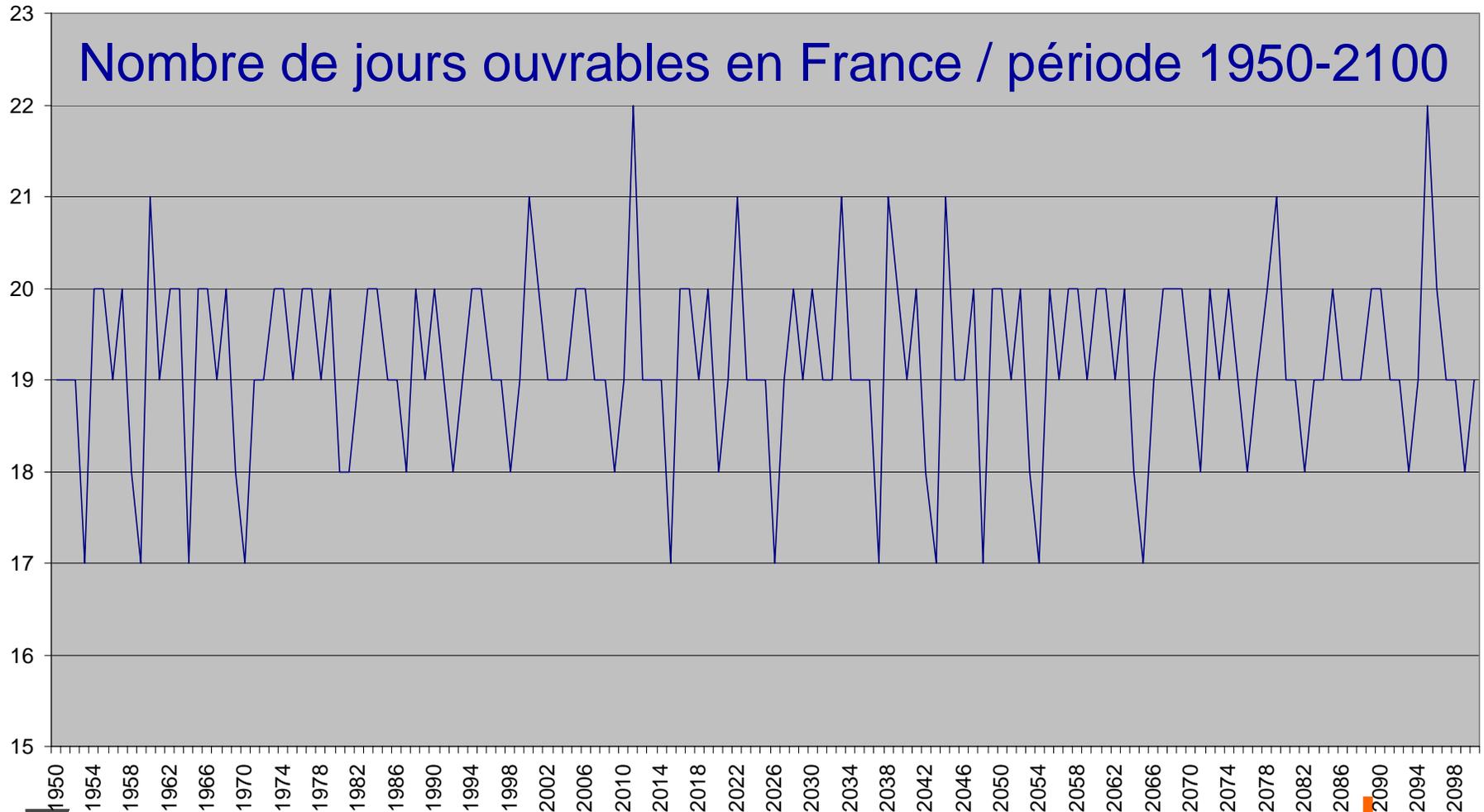
# Partie II / Régresseurs de type jours ouvrables pour la France

Working Days 5



# Partie II / Régresseurs de type jours ouvrables pour la France

Working Days (5) in MAY



# Partie II / Régresseurs de type jours ouvrables pour la France

## Quelques exemples de moyennes de long-terme

MOIS	Moyennes de long-terme			
	Nb de jours ouvrés " v5 "	Nb de lundis ouvrés	Nb de lundis non ouvrés	Nb de lundis
Janvier	21,4275	4,285	0,14	4,425
Février	20,175	4,0375	0	4,0375
Mars	21,94	4,2275	0,2	4,4275
Avril	20,62516667	3,4875	0,8	4,2875
Mai	19,20103509	3,545416667	0,87958333	4,425
Juin	20,98654825	3,887083333	0,40041667	4,2875
Juillet	21,4325	4,285	0,1425	4,4275
Août	21,4275	4,285	0,145	4,43
Septembre	21,4275	4,285	0	4,285
Octobre	22,145	4,43	0	4,43
Novembre	20	4,0025	0,2825	4,285
Décembre	21,4275	4,29	0,14	4,43
<b>Total Année</b>	<b>252,21525</b>	<b>49,0475</b>	<b>3,13</b>	<b>52,1775</b>

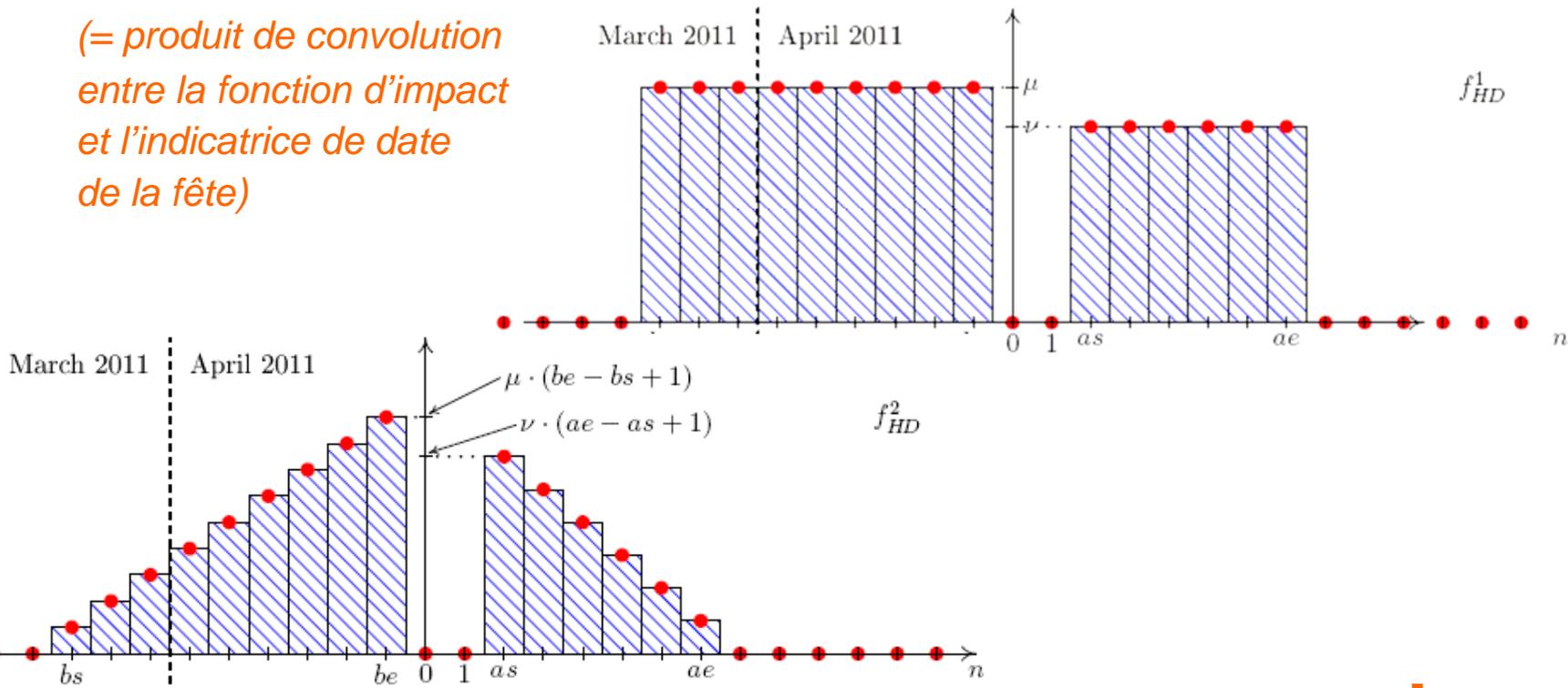
# Partie II / Régresseurs de type Impact d'une fête mobile

## Impact d'une fête sur les jours qui la précèdent et/ou la suivent

Modélisation « constante » ou « linéaire »

Régresseur non désaisonnalisé  $Z_{i,m}$  = proportion de l'aire hachurée concernant le mois  $m$

(= produit de convolution entre la fonction d'impact et l'indicatrice de date de la fête)



## Partie II / Régresseurs de type Impact d'une fête mobile

---

### Des algos développés en SAS-IML

Pour calculer les moyennes de long-terme et donc les régresseurs désaisonnalisés, dans le cadre de ces deux modélisations.

#### Efficients

Avec un peu d'algèbre, on montre aisément qu'en réalité, pour désaisonnaliser le régresseur, seules les fréquences des dates de la fête pour chaque jour du cycle grégorien (400 années) sont nécessaires, quelle que soit la modélisation et les paramètres utilisés.

La distribution complète des dates de la fête sur son cycle périodique (parfois des millions d'années) n'a besoin d'être calculée qu'une seule fois pour établir ces fréquences, qui sont ensuite stockées.

Utilisables aussi pour calculer des régresseurs CJO classiques

# Partie II / Régresseurs de type Impact d'une fête mobile

## Un petit exemple

Mois calendaires	Années calendaires												
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	
Fonction d'impact à double support compact, constante, avec $bs = -8$ , $be = -3$ , $as = 1$ , $ae = 7$ , $\rho = 0.8$ , $\alpha = 1$													
Mars	-.267102	-.267102	.250139	-.267102	-.267102	.526001	-.267102	-.180895	.732898	-.267102	.163932	-.267102	.267102
Avril	.269118	.269118	-.248123	.269118	.269118	-.523985	.269118	.182911	-.730882	.269118	-.161916	.200153	.730882
Mai	-.002016	-.002016	-.002016	-.002016	-.002016	-.002016	-.002016	-.002016	-.002016	-.002016	-.002016	.066949	.002016
Fonction d'impact à double support compact, linéaire, avec $bs = -8$ , $be = -3$ , $as = 1$ , $ae = 7$ , $\rho = 0.8$ , $\alpha = 1$													
Mars	-.268042	-.268042	.254346	-.268042	-.268042	.629612	-.268042	-.243167	.731958	-.268042	.105092	-.268042	.268042
Avril	.268666	.268666	-.253721	.268666	.268666	-.628988	.268666	.243791	-.731333	.268666	-.104468	.251609	.731333
Mai	-.000624	-.000624	-.000624	-.000624	-.000624	-.000624	-.000624	-.000624	-.000624	-.000624	-.000624	.016433	.000624
	Régresseurs mensuels pour Pâques $C_{M,Y}^{HD}$												$Imp_M^{HD}$

Dates de Pâques											
23/04	15/04	31/03	20/04	11/04	27/03	16/04	8/04	23/03	12/04	4/04	24/04

TABLE 1 – Régresseurs mensuels sur la période 2000 - 2011 et Impacts moyens mensuels longue période de la fête de Pâques. Pour les fonctions d'impact choisies, les impacts et régresseurs sont nuls pour les mois autres que Mars, Avril et Mai.

# Intermède Lunaire

---

## Petit Intermède Lunaire

*Les mois*



# Intermède Lunaire / Les mois

---

« *La lune est là, la lune est là  
La lune est là, mais le soleil ne la voit pas* »

Mois synodique (ou lunaison, intervalle de temps séparant deux nouvelles lunes) : environ 29,5306 jours

12 mois synodiques = 354,37 jours

Difficile de s'ajuster correctement au calendrier grégorien  
(cycle métonique : 235 lunaisons = environ 19 ans)

La durée des mois juliens puis grégoriens a fini par être déconnectée de la lune

# Intermède Lunaire / Les mois

---

Une année qui commençait en mars et Auguste, l'égal de Jules César

*ou pourquoi août a 31 jours et février n'en a que 28 ou 29*

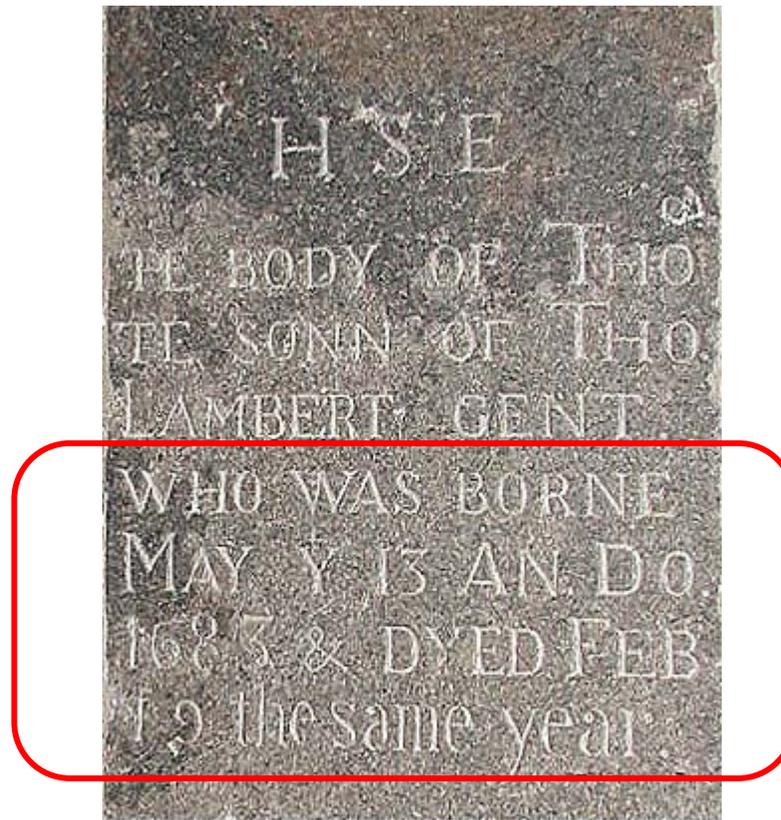


Image extraite du site de Claus Tondering

<http://www.tondering.dk/main/index.php>

# Partie III

---

## III

Une histoire de calendriers,  
quand le soleil a RV avec la lune ...

## Partie III / Périodicité et occurrences des dates de fêtes

---

Pour calculer les régresseurs désaisonnalisés des effets de calendriers pour une série mensuelle (« grégorienne » bien sûr), il faut notamment en déterminer la périodicité dans le calendrier grégorien et, dans le cas d'une fête, en calculer les dates...

La période est nécessairement un multiple de celle du calendrier grégorien (400 ans = 146097 jours)

- **Cas des régresseurs liés à la semaine** (de type « jours ouvrables », si on omet l'existence de jours fériés mobiles dans le calendrier)

Période =  $\text{ppcm}(146097 ; 7) = 146097 \text{ j} = 400 \text{ ans}$

Le 21 mars 2414 sera un vendredi, tout comme aujourd'hui !

## Partie III / Pâques

---

- **Cas des régresseurs liés à la date de Pâques**

- de type jours ouvrables par ex en France (Fêtes mobiles, en France, toutes liées Pâques : *Lundi Pâques = Pâques + 1 j ; Jeudi Ascension = Pâques + 39 j, Dimanche Pentecôte = Pâques + 49 j, Lundi de Pentecôte = Pâques + 50 j*)
- Régresseurs modélisant l'« effet » Pâques (cf Partie II)

Date de Pâques ??? « **Le soleil a rendez-vous avec la lune** ».

*(Nota Bene : La lune est là, mais cette fois-ci le soleil la voit !)*

Pâques = Premier dimanche après la première pleine lune intervenant pendant ou après l'équinoxe de printemps

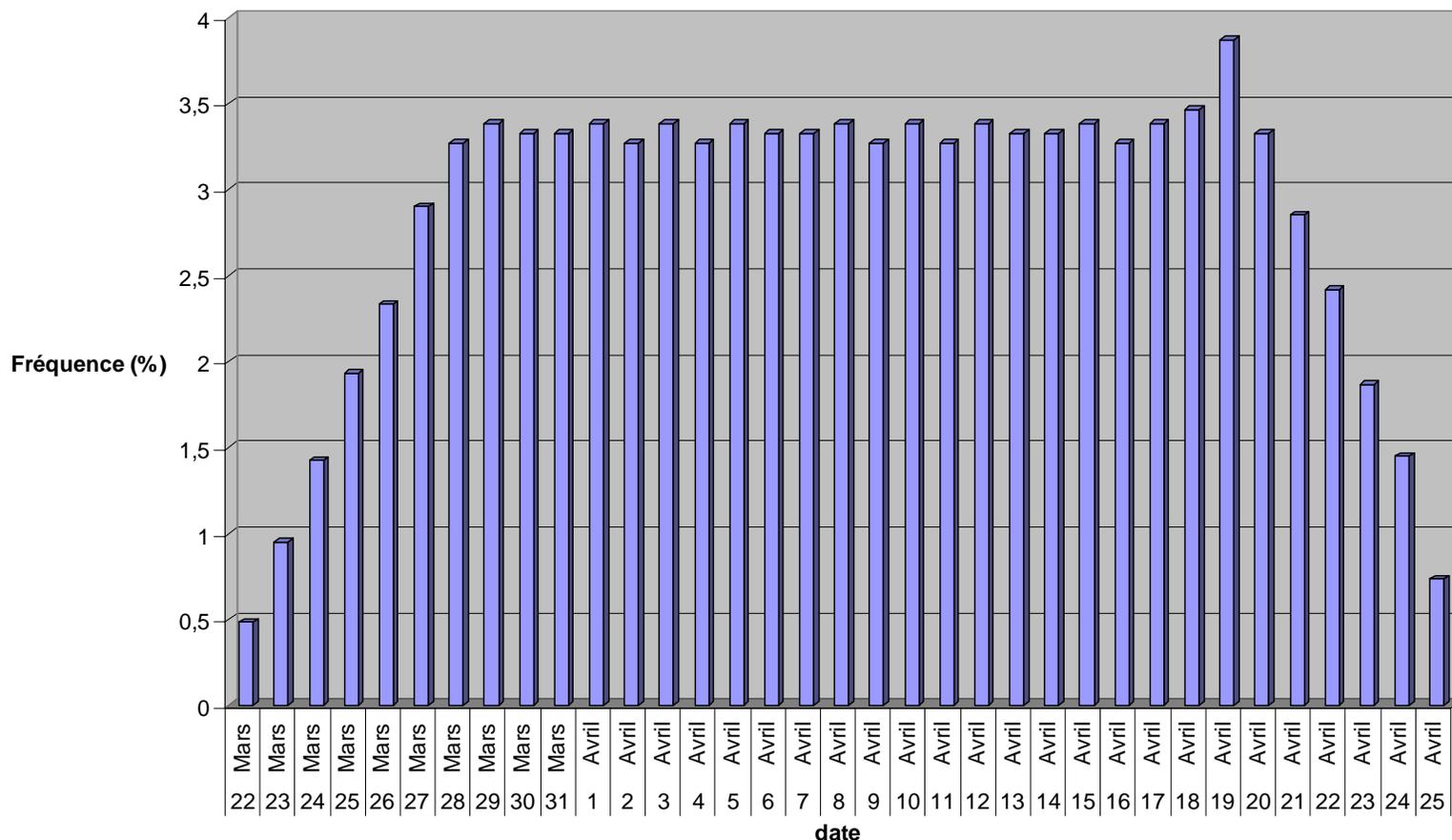
Algo de calcul assez complexe (cf Tondering).

Fait appel au calcul de l'« âge » de la nouvelle lune au 1er janvier (Epacte) et à la position dans le cycle métonique (Nombre d'Or)

# Partie III / Pâques

## Périodicité de Pâques dans le calendrier grégorien : 5,7 millions d'années

Fréquence des dates possibles pour Pâques



## Partie III / Ramadan

---

- **Cas des régresseurs liés à la fête fixe dans le calendrier de l'Hégire**

Ex : Le Ramadan, régresseurs modélisant l'effet « Ramadan »

### Calendrier de l'Hégire : Lunaire.

Rappel : lunaison = environ 29,53059 jours

1 année de l'Hégire = 354 ou 355 jours :

12 mois, alternativement de 30 et 29 jours.

Un 30-ème jour (355ème de l'année) ajouté au dernier mois pour 11 années (prédéterminées) dans un cycle de 30 années de l'Hégire.

Périodicité du calendrier de l'Hégire

= 10631 jours = 30 années de l'Hégire

Bonne approx de la lunaison :  $(10631) / (12 \cdot 30) = 29,530555$

# Partie III / Ramadan

Périodicité du calendrier de l'Hégire dans le calendrier grégorien  
= ppcm (10631;146097) = 1 553 157 207 jours = 4 382 910 années Hégire  
= 4 252 400 années grégoriennes

Les périodes du calendrier grégorien et de celui de l'Hégire sont premières entre elles.

→ Toute fête fixe dans le cycle de l'Hégire (ex : Ramadan) a une distribution uniforme dans le cycle grégorien !

→ Ex : Régresseur : première quinzaine du Ramadan.

Moyennes mensuelles de long-terme proportionnelles à la taille des mois

Régresseur désaisonnalisé très simple à calculer

Mois	Moyenne	Mois	Moyenne
Janvier	1,31220017	Juillet	1,31220017
Février	1,19547785	Août	1,31220017
Mars	1,31220017	Septembre	1,26987113
Avril	1,26987113	Octobre	1,31220017
Mai	1,31220017	Novembre	1,26987113
Juin	1,26987113	Décembre	1,31220017

### Algos développés en SAS-IML pour calculer

- les dates dans le calendrier grégorien, y compris jour de la semaine  
(la gestion automatique des dates par SAS souffre d'une petite imperfection sur la règle des années bissextiles)
- les dates dans le calendrier de l'Hégire
- Pâques et les fêtes directement liées à Pâques

*Quid du calendrier juif, du calendrier chinois, autres ... ?*

---

# Merci de votre attention !

*... et merci à Charles Trenet pour l'inspiration*

Contact :

M. Fabien Guggemos

Tél. : 00 33 1 41 17 54 55

Mail : [fabien.guggemos@insee.fr](mailto:fabien.guggemos@insee.fr)

Insee

18 bd Adolphe-Pinard  
75675 Paris Cedex 14

[www.insee.fr](http://www.insee.fr)  

Informations statistiques :

[www.insee.fr](http://www.insee.fr) / Contacter l'Insee

09 72 72 4000

(coût d'un appel local)

du lundi au vendredi de 9h00 à 17h00